basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2011

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 4.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsy in die ruimtes voorsien en plaas die bladsy agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Vyftien spelers van 'n basketbal-span het aan 'n toernooi deelgeneem. Elke speler is dieselfde hoeveelheid tyd op die baan toegelaat. Die punte aangeteken deur elke speler tydens die toernooi word hieronder aangedui.

27	28	30	32	34	38	41	42	43	43	44	46	53	56	62

1.1 Bepaal die mediaan van die gegewe data. (1)

1.2 Bepaal die interkwartielvariasiewydte van die data. (3)

1.3 Teken 'n mond-en-snordiagram om die data voor te stel. (3)

1.4 Gebruik die mond-en-snordiagram om kommentaar te lewer op die punte wat deur die spelers in hierdie span aangeteken is. (2)

[9]

VRAAG 2

Die tellings vir 8 gholfspelers, wat 'n enkelrondte gholf op dieselfde baan gespeel het, word hieronder aangedui.

69	71	75	74	78	70	72	71

2.1 Bereken die gemiddelde telling. (2)

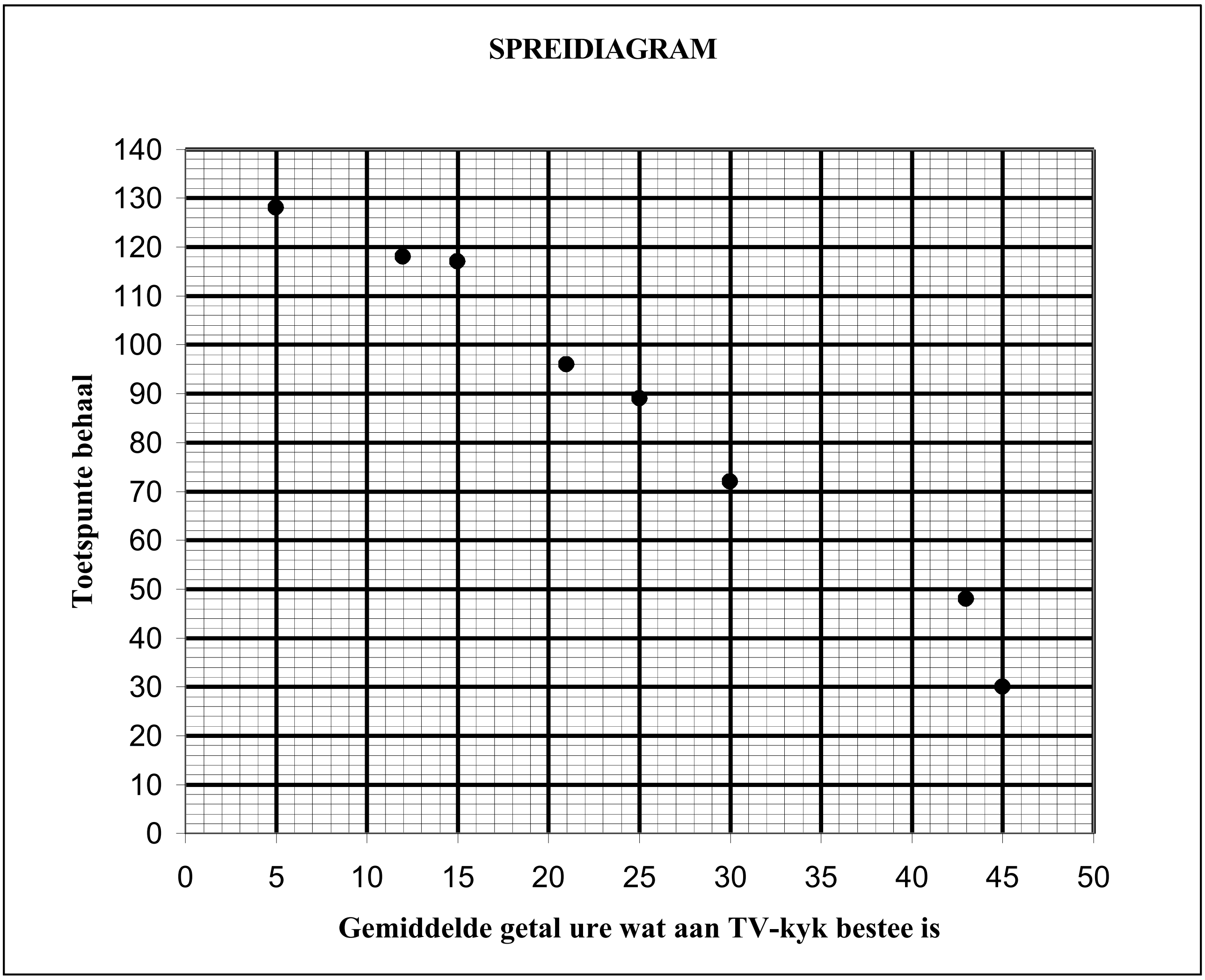
2.2 Bereken die standaardafwyking van die data. (2)

2.3 Hoeveel gholfspelers se tellings lê buite een standaardafwyking van die gemiddelde? (2)

[6]

VRAAG 3

'n Groep van 8 leerders is willekeurig uit 'n klas gekies. Dié leerders se prestasie in 'n gestandaardiseerde toets (wat 150 punte getel het), asook die gemiddelde getal ure wat hulle elke week aan TV-kyk bestee, is aangeteken. Die data is in die spreidiagram hieronder voorgestel.



3.1 Wat is die laagste toetspunt vir hierdie groep leerders? (1)

3.2 Toon die data 'n lineêre, kwadratiese of eksponensiële verwantskap? Regverdig jou keuse. (2)

3.3 Watter gevolgtrekking kan gemaak word oor die leerders se toetspunte en die gemiddelde getal ure wat hulle aan TV-kyk bestee? (1)

3.4 'n Ander leerder uit dieselfde klas kyk 35 uur TV per week. Gebruik die gegewe inligting en voorspel sy/haar prestasie in die toets. (2)
[6]

VRAAG 4

Dertig leerders is gevra om 'n Wiskunde-vraag te beantwoord. Die tyd geneem, in minute, om die vraag korrek te beantwoord, word in die frekwensietabel hieronder aangedui.

TYD, *T* (IN MINUTE)	**GETAL LEERDERS**
$1 \leq t < 3$	3
$3 \leq t < 5$	6
$5 \leq t < 7$	7
$7 \leq t < 9$	8
$9 \leq t < 11$	5
$11 \leq t < 13$	1

4.1 Stel 'n kumulatiewe frekwensietabel vir die data op. (3)

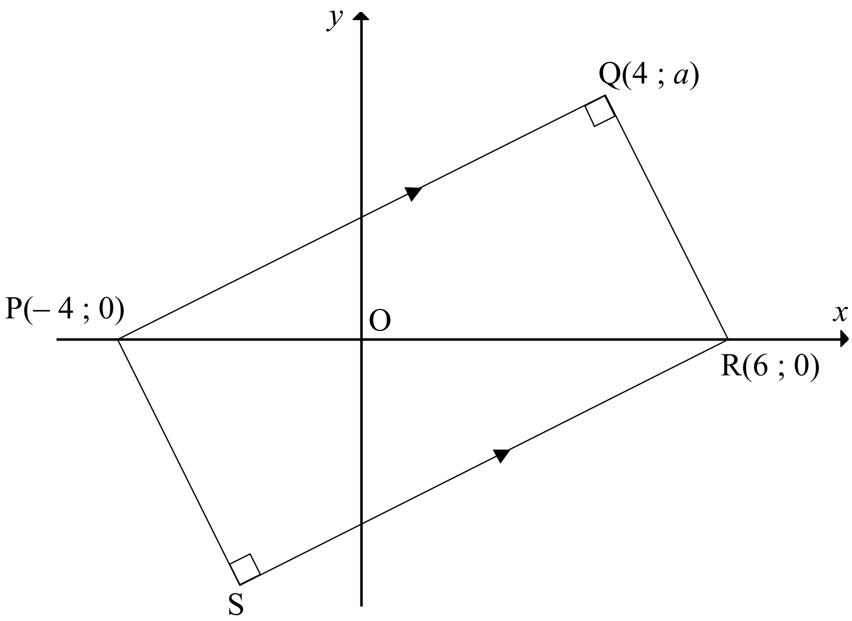
4.2 Teken 'n kumulatiewe frekwensiegrafiek (ogief) van die data hierbo op die rooster wat op DIAGRAMVEL 1 voorsien is. (4)

4.3 Indien 'n leerder die vraag in minder as 4 minute korrek beantwoord, word hy/sy as 'n 'begaafde leerder' geklassifiseer. Skat die persentasie 'begaafde leerders' in hierdie groep. (2)

[9]

VRAAG 5

In die diagram hieronder is PQRS 'n reghoek met hoekpunte P(– 4 ; 0), Q(4 ; a), R(6 ; 0) en S. Q is in die eerste kwadrant.



5.1 Dui aan dat $a = 4$. (4)

5.2 Bepaal die vergelyking van die reguitlyn deur die punte S en R in die vorm $y = mx + c$. (4)

5.3 Bereken die koördinate van S. (4)

5.4 Bereken die lengte van PR. (2)

5.5 Bepaal die vergelyking van die sirkel met middellyn PR. Gee die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$. (3)

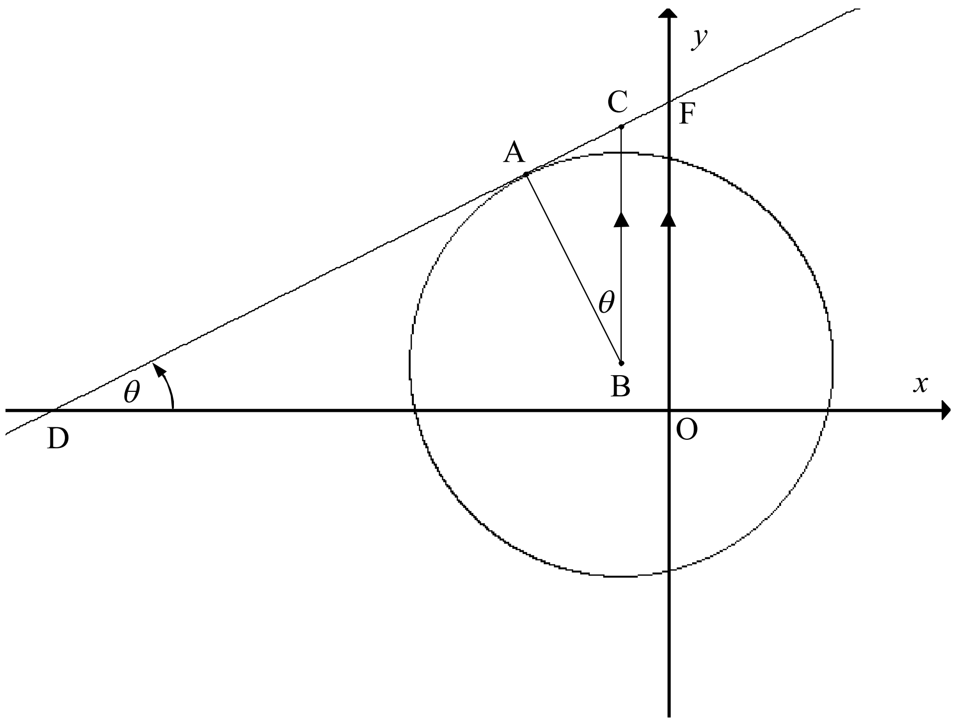
5.6 Dui aan dat Q 'n punt op die sirkel in VRAAG 5.5 is. (2)

5.7 Reghoek PQRS ondergaan die transformasie $(x\,;y) \rightarrow (x+k\,;y+l)$ waar k en l getalle is. Wat is die minimum waarde van $k + l$ sodat die beeld van PQRS in die eerste kwadrant sal lê (dit is, $x \geq 0$ en $y \geq 0$)? (3)

[22]

VRAAG 6

Die sirkel met middelpunt B(–1 ; 1) en radius $\sqrt{20}$ word getoon. BC is parallel aan die y-as en CB = 5. Die raaklyn aan die sirkel by A gaan deur C.
$A\hat{B}C = A\hat{D}O = \theta$



6.1 Bepaal die koördinate van C. (2)

6.2 Bereken die lengte van CA. (3)

6.3 Skryf die waarde van tan θ neer. (1)

6.4 Dui aan dat – 2 die gradiënt van AB is. (2)

6.5 Bepaal die koördinate van A. (6)

6.6 Bereken die verhouding van die oppervlakte van ΔABC tot die oppervlakte van ΔODF. Vereenvoudig jou antwoord. (5)

[19]

VRAAG 7

7.1 Die volgende transformasie word op al die punte toegepas:

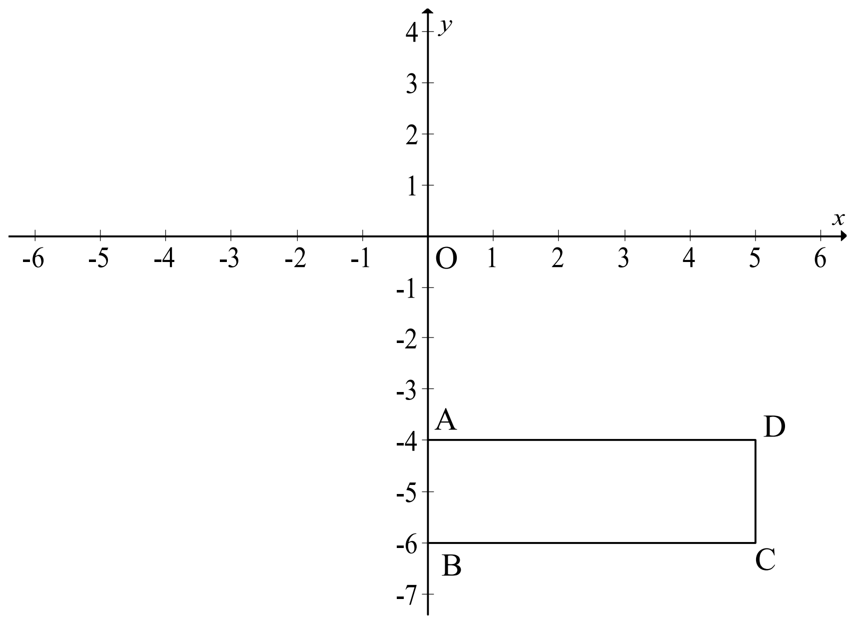
- Eerstens word 'n punt 4 eenhede na regs getransleer.
- Daarna word dit deur $180°$ om die oorsprong geroteer.

Skryf die algemene reël wat die transformasie hierbo voorstel in die vorm $(x\,;\,y) \rightarrow ...$ (4)

7.2 Reflekteer die sirkel met middelpunt C(– 5 ; – 2) en radius van 4 eenhede om die lyn $y = x$. Gee die vergelyking van die nuwe sirkel in die vorm $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$. (4)

[8]

VRAAG 8



In die diagram is A die punt (0 ; – 4), AB = 2 en AD = 5. Reghoek ABCD word om die oorsprong geroteer om reghoek $A^/B^/C^/D^/$ te vorm. Na die rotasie is die beeld van punt A $A^/(4\,;\,0)$.

8.1 Beskryf die transformasie volledig in woorde. (2)

8.2 Skryf die koördinate van $D^/$ neer. (2)

8.3 Indien ABCD om die lyn $x = -1$ gereflekteer word om EFGH te vorm, skryf die koördinate van G, die beeld van C, neer. (2)

8.4 Indien ABCD met 'n skaalfaktor $\frac{3}{2}$ deur die oorsprong vergroot word om MNPR te vorm, bepaal die waarde van oppervlakte ABCD × oppervlakte MNPR. (3)

[9]

VRAAG 9

9.1 Indien $\tan A = \dfrac{3}{\sqrt{40}}$ en $0° < \hat{A} < 90°$, bepaal met behulp van 'n skets en sonder die gebruik van 'n sakrekenaar die waardes van die volgende. Los jou antwoorde in wortelvorm, indien nodig.

9.1.1 $\cos A$ (3)

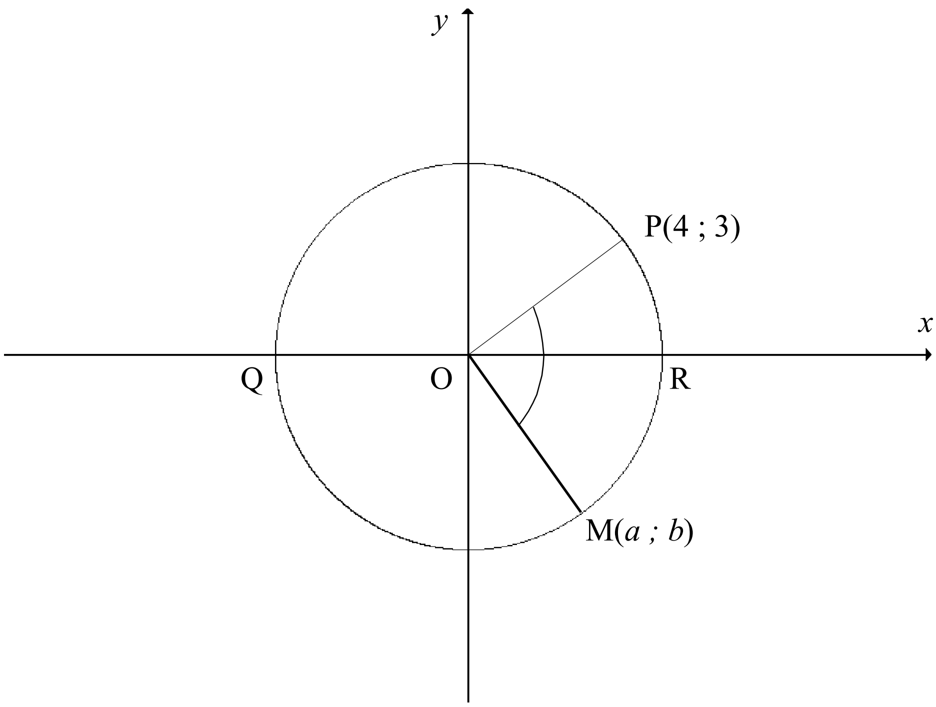
9.1.2 $\sin(180° + A)$ (2)

9.2 Sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, bepaal die waarde van die volgende uitdrukking:

$$\frac{\cos 100°}{\sin(-10°)} \times \tan^2 120°$$

(6)

9.3 P(4 ; 3) en M(*a* ; *b*) is punte op 'n sirkel met die oorsprong as middelpunt.
Q en R is *x*-afsnitte van die sirkel.



9.3.1 Skryf die numeriese waarde van $\sin \hat{ROP}$ neer. (2)

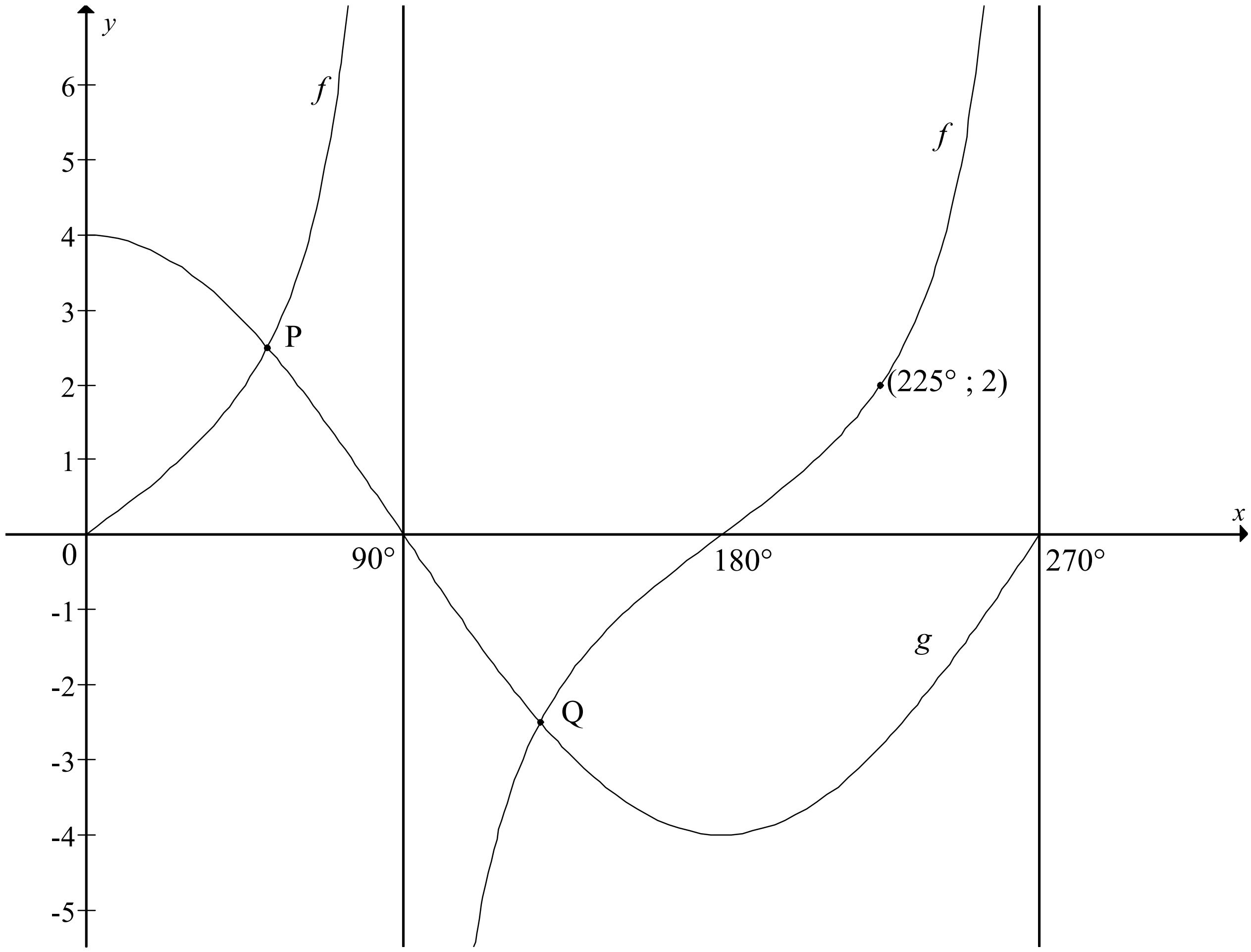
9.3.2 Bereken die grootte van $\hat{QOP}$. (2)

9.3.3 Indien stomp $\hat{POM} = 115°$, bereken die waarde van *a*, die *x*-koördinaat van M, korrek tot TWEE desimale plekke. (3)

[18]

VRAAG 10

Die grafieke van die funksies $f(x) = a \tan x$ en $g(x) = b \cos x$ vir $0° \leq x \leq 270°$ word in die diagram hieronder getoon. Die punt (225° ; 2) lê op f. Die grafieke sny by punte P en Q.



10.1 Bepaal die numeriese waardes van a en b. (4)

10.2 Bepaal die minimum waarde van $g(x) + 2$. (2)

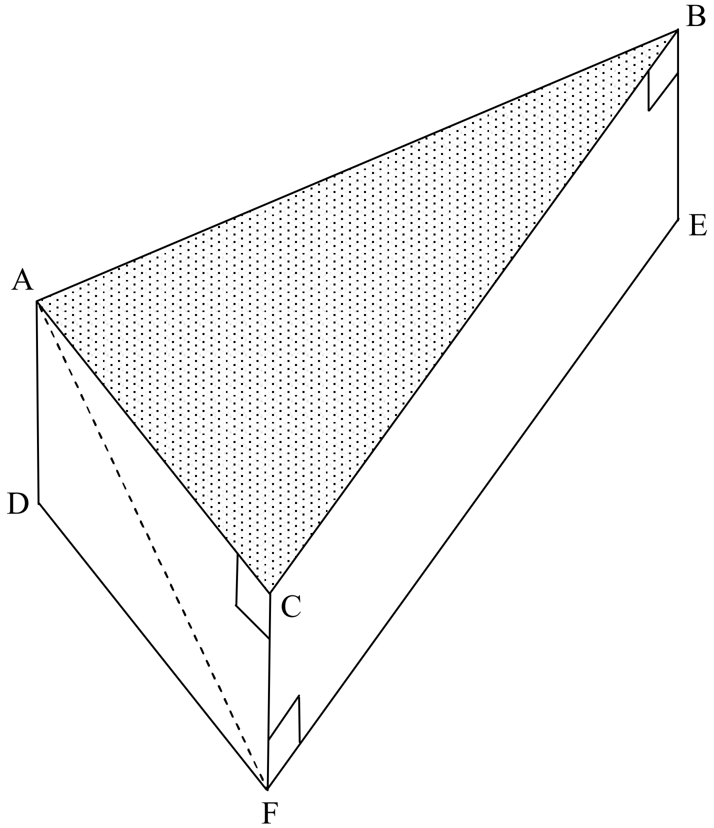
10.3 Bepaal die periode van $f\left(\frac{1}{2}x\right)$. (2)

10.4 Dui aan dat, indien die x-koördinaat van P θ is, dan is die x-koördinaat van Q $(180° - \theta)$. (4)

[12]

VRAAG 11

Die figuur hieronder stel 'n driehoekige regte prisma voor met BA = BC = 5 eenhede, $A\hat{B}C = 50°$ en $F\hat{A}C = 25°$.



11.1	Bepaal die oppervlakte van ΔABC.	(2)
11.2	Bereken die lengte van AC.	(3)
11.3	Bepaal gevolglik die hoogte FC van die prisma.	(3) **[8]**

VRAAG 12

12.1 Bewys dat, as $\cos(\alpha - x) \neq 0$,

$$\frac{\sin(x + 450° - \alpha)}{\cos(\alpha - x)} = 1.$$ (3)

12.2 Bepaal die algemene oplossing van $\cos 2x = 1 - 3\cos x$. (7)

12.3 12.3.1 Bewys dat, vir hoeke A en B,

$$\frac{\sin A}{\sin B} - \frac{\cos A}{\cos B} = \frac{2\sin(A - B)}{\sin 2B}$$ (4)

12.3.2 Dui gevolglik of andersins, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, aan dat:

(a) $$\frac{\sin 5B}{\sin B} - \frac{\cos 5B}{\cos B} = 4\cos 2B$$ (3)

(b) $$\frac{1}{\sin 18°} = 4\cos 36°$$ (3)

(c) sin 18° 'n oplossing is vir die derdegraadse vergelyking $8x^3 - 4x + 1 = 0$ (4)

[24]

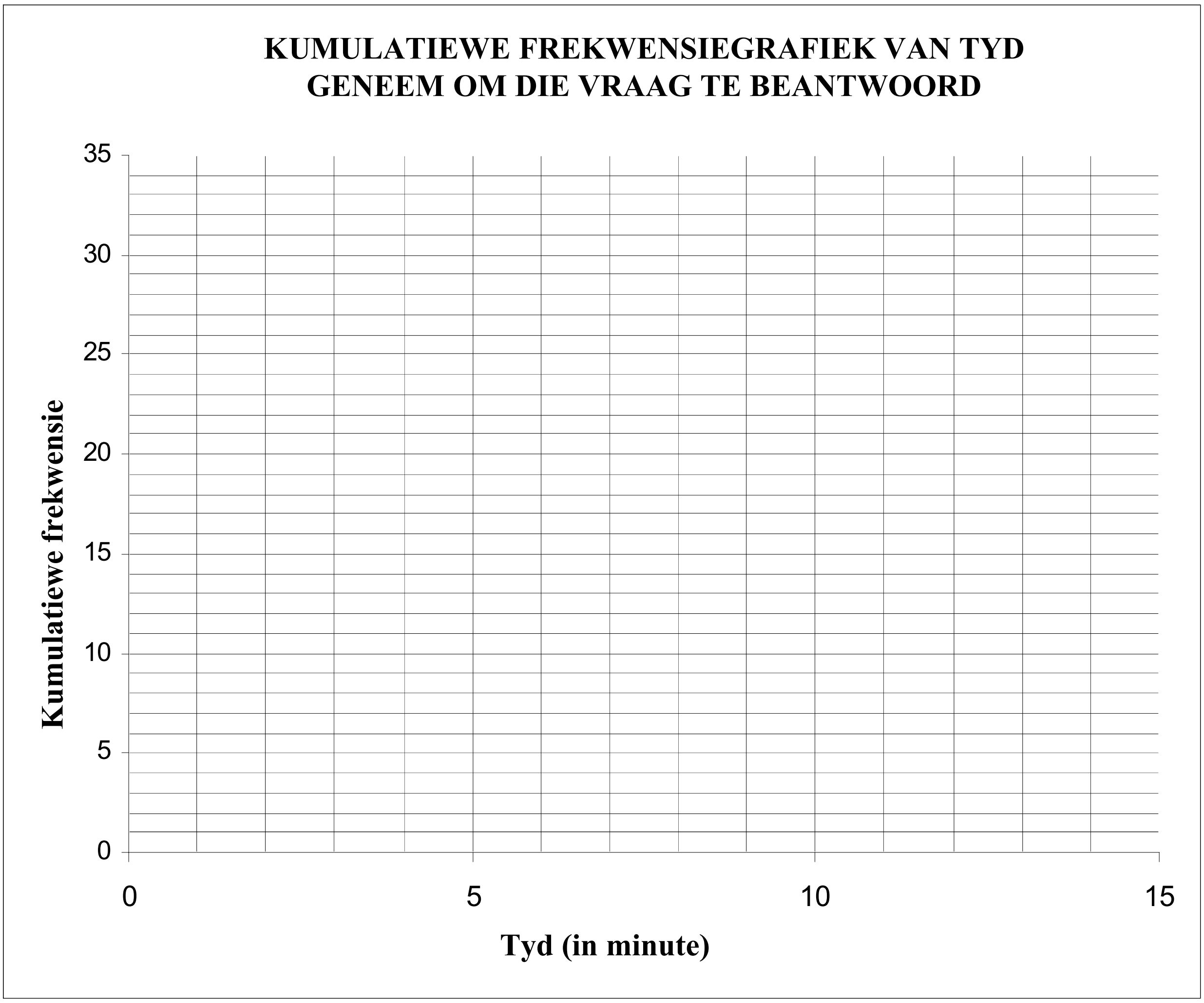
TOTAAL: 150

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 4.2



INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $A = P(1-ni)$ $A = P(1-i)^n$ $A = P(1+i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$(x ; y) \to (x\cos\theta + y\sin\theta ; y\cos\theta - x\sin\theta)$ $(x ; y) \to (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

MPUMALANGA