basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2011

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 8 bladsye, 1 diagramvel en 1 inligtingsblad.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. EEN diagramvel vir die beantwoording van VRAAG 12.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsy in die ruimtes voorsien en plaas die bladsy agterin jou ANTWOORDEBOEK.

9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van die vraestel ingesluit.

10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

11. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x(x+1)=6$ (3)

1.1.2 $3x^2-4x=8$ (4)

1.1.3 $4x^2+1\geq 5x$ (4)

1.2 Beskou die vergelyking: $x^2+5xy+6y^2=0$

1.2.1 Bereken die waardes van die verhouding $\frac{x}{y}$. (3)

1.2.2 Bereken vervolgens die waardes van x en y, as $x+y=8$. (5)
[19]

VRAAG 2

2.1 Gegee die ry: 4 ; x ; 32

Bepaal die waarde(s) van x as die ry:

2.1.1 Rekenkundig is (2)

2.1.2 Meetkundig is (3)

2.2 Bepaal die waarde van P as $\text{P}=\sum_{k=1}^{13}3^{k-5}$ (4)

2.3 Bewys dat vir enige rekenkundige ry waarvan die eerste term a is en die konstante verskil d is, die som van n terme deur $S_n=\frac{n}{2}\left(2a+(n-1)d\right)$ gegee kan word. (4)
[13]

VRAAG 3

Die volgende ry is 'n kombinasie van 'n rekenkundige en 'n meetkundige ry:

3 ; 3 ; 9 ; 6 ; 15 ; 12 ; …

3.1 Skryf die volgende TWEE terme neer. (2)

3.2 Bereken $T_{52}-T_{51}$. (5)

3.3 Bewys dat AL die terme in hierdie oneindige ry deelbaar is deur 3. (2)
[9]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 4

'n Kwadratiese patroon het 'n tweede term gelyk aan 1, 'n derde term gelyk aan – 6 en 'n vyfde term gelyk aan –14.

4.1 Bereken die tweede verskil van hierdie kwadratiese patroon. (5)

4.2 Bereken vervolgens, of andersins, die eerste term van die patroon. (2)
[7]

VRAAG 5

5.1 Beskou die funksie: $f(x)=\dfrac{-6}{x-3}-1$

5.1.1 Bereken die koördinate van die y-afsnit van f. (2)

5.1.2 Bereken die koördinate van die x-afsnit van f. (3)

5.1.3 Skets die grafiek van f in jou ANTWOORDEBOEK en dui die asimptote en die snypunte met die asse duidelik aan. (4)

5.1.4 Vir watter waardes van x is $f(x)>0$? (2)

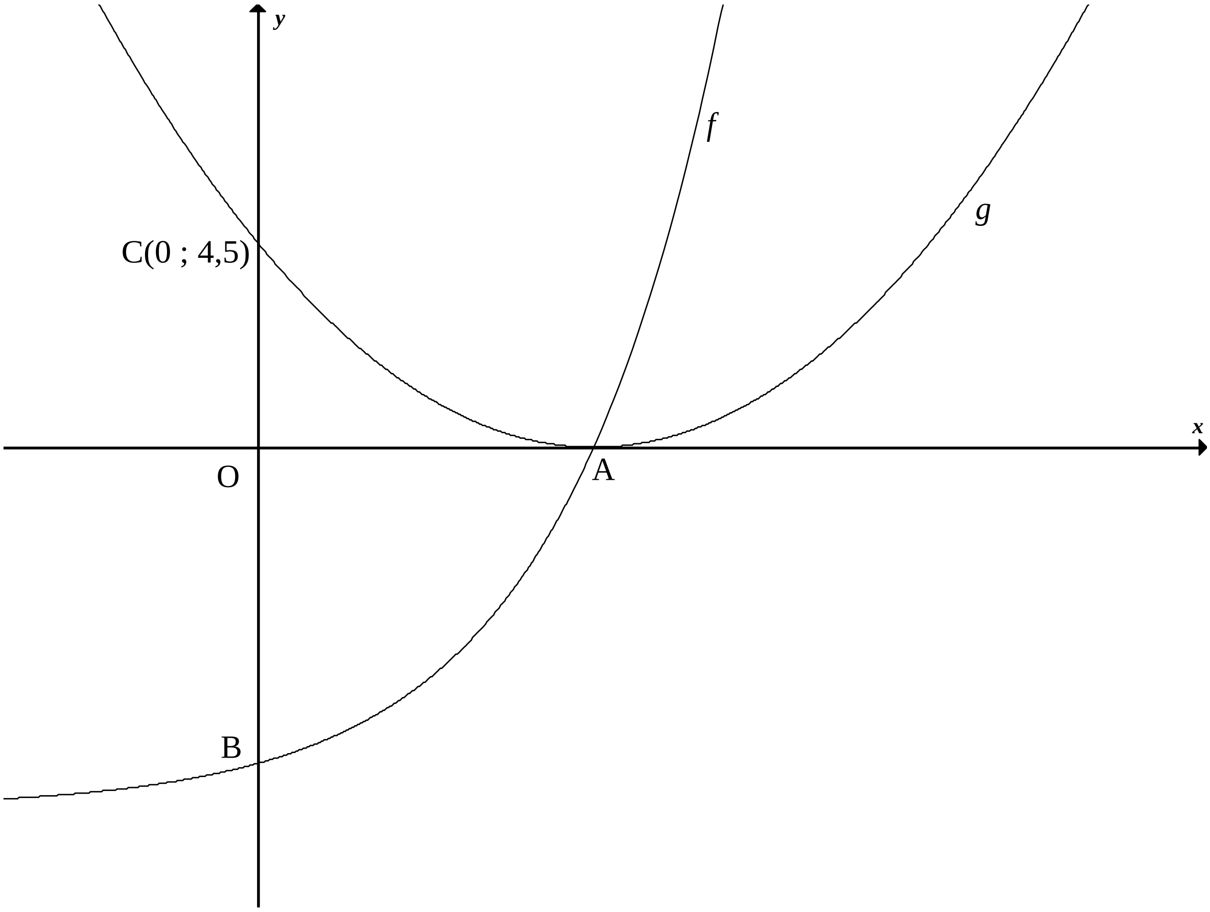
5.1.5 Bereken die gemiddelde gradiënt van f tussen $x = -2$ en $x = 0$. (4)

5.2 Teken 'n sketsgrafiek van $y = ax^2 + bx + c$, waar $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$ en $ax^2 + bx + c = 0$ slegs EEN oplossing het. (4)
[19]

Kopiereg voorbehou

VRAAG 6

Die grafieke van $f(x) = 2^x - 8$ en $g(x) = ax^2 + bx + c$ is hieronder geteken.
B en C(0 ; 4,5) is die y-afsnitte van die grafieke van f en g onderskeidelik.
Die twee grafieke sny by A, wat die draaipunt van die grafiek van g en die x-afsnit van die grafieke van f en g is.



6.1 Bepaal die koördinate van A en B. (4)

6.2 Skryf 'n vergelyking van die asimptoot van die grafiek van f neer. (1)

6.3 Bepaal 'n vergelyking van h as $h(x) = f(2x) + 8$. (2)

6.4 Bepaal 'n vergelyking van h^{-1} in die vorm $y = ...$ (2)

6.5 Skryf 'n vergelyking van p neer, as p die refleksie van h^{-1} om die x-as is. (1)

6.6 Bereken $\sum_{k=0}^{3} g(k) - \sum_{k=4}^{5} g(k)$. Toon AL jou bewerkings. (4)
[14]

VRAAG 7

7.1 Hoeveel jaar sal dit 'n artikel neem om teen 7% per jaar, volgens die verminderdesaldo-metode, tot die helfte van sy waarde te verminder? (4)

7.2 Twee vriende ontvang elk 'n bedrag van R6 000 om vir 'n tydperk van 5 jaar te belê. Hulle belê die geld soos volg:

- Radesh: 8,5% per jaar enkelvoudige rente. Radesh sal aan die einde van die 5 jaar 'n bonus van presies 5% van die hoofsom ontvang.
- Thandi: 8% per jaar, kwartaalliks saamgestel.

Wie sal die grootste belegging na 5 jaar hê? Motiveer jou antwoord met gepaste berekeninge. (6)

7.3 Nicky maak op 1 April 2011 'n spaarrekening met 'n eenmalige deposito van R1 000 oop. Sy maak verder 18 maandelikse deposito's van R700 aan die einde van elke maand. Haar eerste betaling is op 30 April 2011 gemaak en haar laaste betaling op 30 September 2012. Die rekening verdien rente teen 15% per jaar, maandeliks saamgestel.

Bepaal die bedrag wat in haar spaarrekening moet wees onmiddellik nadat sy haar laaste deposito gemaak het (met ander woorde op 30 September 2012). (6)

[16]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f'(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = -4x^2$. (5)

8.2 Evalueer:

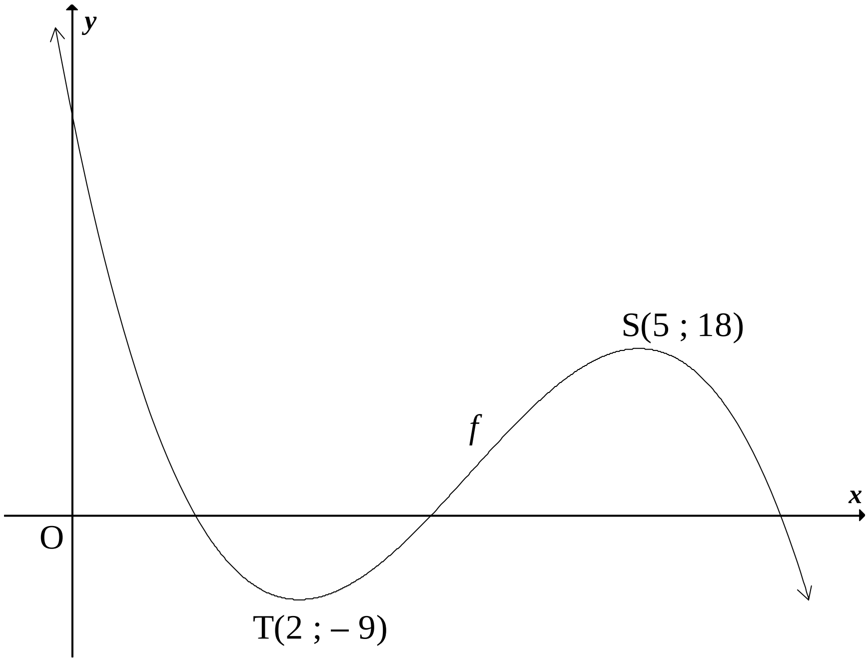
8.2.1 $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{3}{2x} - \frac{x^2}{2}$ (3)

8.2.2 $f'(1)$ as $f(x) = (7x+1)^2$ (4)

[12]

VRAAG 9

Die funksie $f(x) = -2x^3 + ax^2 + bx + c$ is hieronder geskets.
Die draaipunte van die grafiek van f is T(2 ; – 9) en S(5 ; 18).



9.1 Toon aan dat $a = 21$, $b = -60$ en $c = 43$. (7)

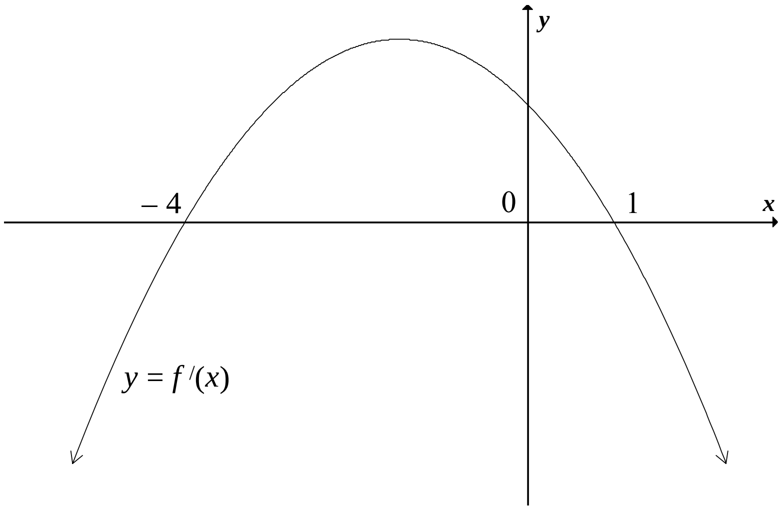
9.2 Bepaal 'n vergelyking van die raaklyn aan die grafiek van f by $x = 1$. (5)

9.3 Bepaal die x-waarde waarby die grafiek van f 'n buigpunt het. (2)

[14]

VRAAG 10

Die grafiek van $y = f'(x)$, waar f 'n derdegraadse funksie is, is hieronder geskets.



Gebruik die grafiek om die volgende vrae te beantwoord:

10.1 Vir watter waardes van x is die grafiek van $y = f'(x)$ dalend? (1)

10.2 By watter waarde van x sal die grafiek van f 'n lokale minimum hê? Gee redes vir jou antwoord. (3)

[4]

VRAAG 11

Water vloei in 'n tenk in teen 'n tempo van 5 liter per minuut. Terselfdertyd vloei water uit die tenk uit teen 'n tempo van k liter per minuut. Die volume (in liter) van water in die tenk teen tyd t (in minute) word deur die formule $V(t) = 100 - 4t$ gegee.

11.1 Wat is die aanvangsvolume van die water in die tenk? (1)

11.2 Skryf TWEE verskillende uitdrukkings neer vir die tempo van verandering van die volume van water in die tenk. (3)

11.3 Bepaal die waarde van k (met ander woorde die tempo waarteen water uit die tenk vloei). (2)

[6]

VRAAG 12

'n Skool beplan 'n uitstappie vir 500 leerders. Die maatskappy wat vir die vervoer verantwoordelik is, het twee tipes busse, rooi busse en blou busse, beskikbaar.

- Elke rooi bus het 50 sitplekke en elke blou bus het 25 sitplekke.
- Die maatskappy het hoogstens 15 busbestuurders beskikbaar.
- Daar is hoogstens 8 blou busse beskikbaar.

Laat die aantal rooi busse wat deur die skool gehuur word, x wees en laat die aantal blou busse wat deur die skool gehuur word, y wees.

12.1 Skryf AL die beperkings, in terme van x en y, neer om die inligting hierbo voor te stel. (6)

12.2 Stel die beperkings grafies op die aangehegte DIAGRAMVEL voor. Dui die gangbare gebied duidelik aan. (4)

12.3 Die koste van die huur van 'n rooi bus is R600 per dag en die koste van die huur van 'n blou bus is R300 per dag. Skryf die totale vervoerkoste neer. (1)

12.4 12.4.1 Bepaal AL die moontlike waardes van x en y, om minimum koste te verseker. (3)

12.4.2 Bereken die minimum koste van die huur van die busse. (2)

12.5 Indien presies 12 busbestuurders gebruik sal word, bepaal hoeveel van elke tipe bus nou benodig sal word om steeds minimum koste te verseker. (1)

[17]

TOTAAL: 150

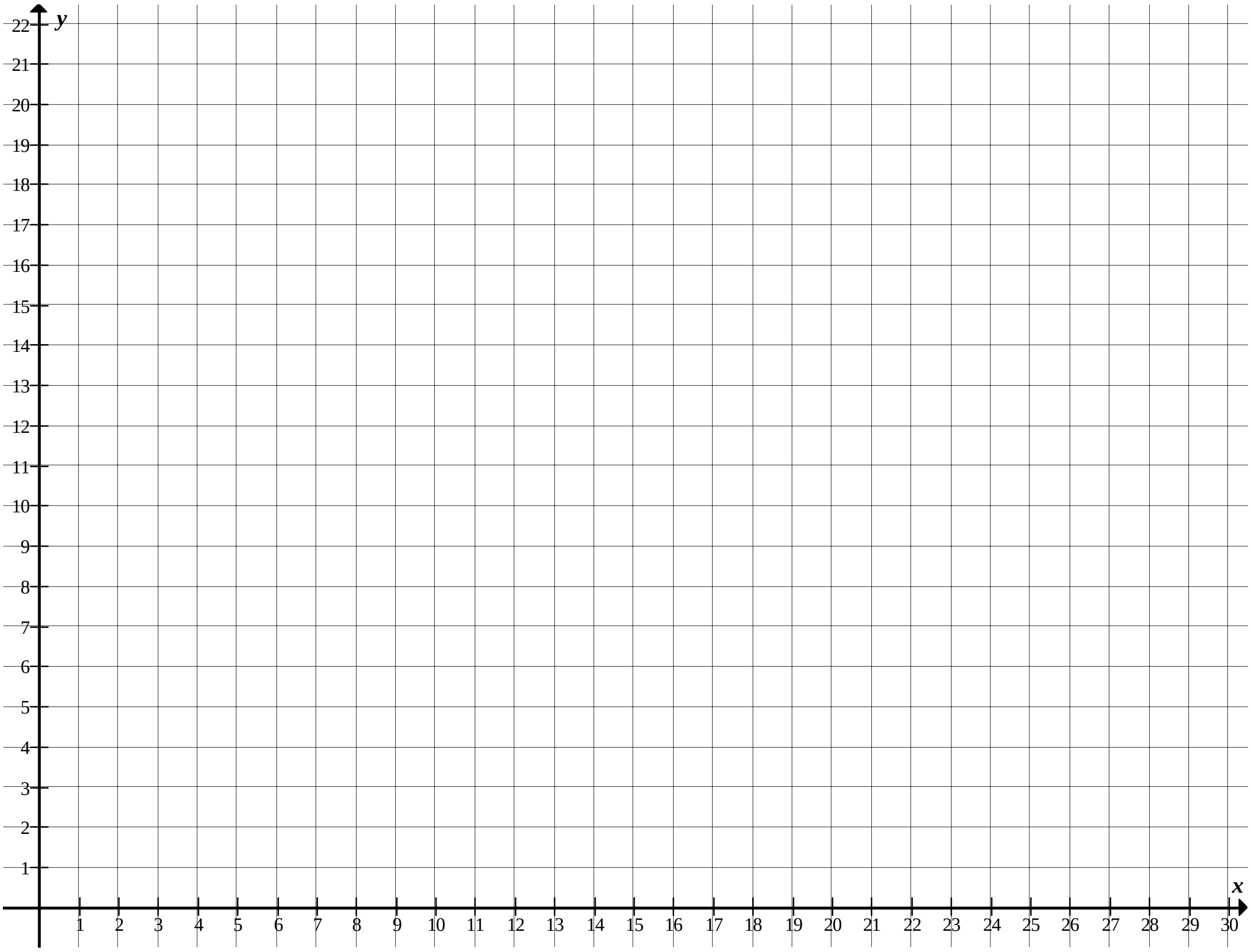
Kopiereg voorbehou

SENTRUMNOMMER:

EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 12.2



Kopiereg voorbehou

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad A = P(1 - ni)$ $\quad A = P(1 - i)^n$ $\quad A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $\quad T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left(2a + (n-1)d\right)$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}$; $\quad r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$$area\ \Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$(x ; y) \rightarrow (x\cos\theta + y\sin\theta ; y\cos\theta - x\sin\theta)$ $\quad (x ; y) \rightarrow (x\cos\theta - y\sin\theta ; y\cos\theta + x\sin\theta)$

$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A\ of\ B) = P(A) + P(B) - P(A\ en\ B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou

MPUMALANGA